

# **Тема 4 . Определение стоимости денег во времени и их использование в финансовых расчетах**

1. Методический инструментарий оценки стоимости денег во времени и его применение в финансовых расчетах
2. Определение будущей стоимости денег в финансовых расчетах
3. Определение настоящей стоимости денег в финансовых расчетах.

**Концепция стоимости денег во времени** состоит в том, что стоимость денег с течением времени изменяется с учетом нормы прибыли на финансовом рынке, в качестве которой обычно выступает норма ссудного процента (или процента).

**Будущая стоимость денег** представляет собой сумму инвестированных в настоящий момент средств, в которую они превратятся через определенный период времени с учетом определенной ставки процента (процентной ставки).

**Настоящая стоимость денег** представляет собой сумму будущих денежных средств, приведенной с учетом определенной ставки процента к настоящему периоду времени.

При проведении финансовых вычислений, связанных с оценкой стоимости денег во времени, процессы наращивания или дисконтирования стоимости могут осуществляться как по простым, так и по сложным процентам.

**Простой процент** представляет собой сумму дохода, начисляемого к основной сумме денежного капитала в каждом интервале общего периода его использования, по которой дальнейшие ее перерасчеты не осуществляются.

**Сложный процент** представляет собой сумму дохода, начисляемого в каждом интервале общего периода его использования, которая не выплачивается, а присоединяется к основной сумме денежного интервала и в последующем платежном интервале сама приносит доход.

Расчеты суммы процента могут осуществляться как в начале, так и в конце каждого интервала общего периода времени. В соответствии с этим, методы начисления процента разделяют на предварительный и последующий.

Предварительный метод начисления процента (метод пренумерандо или антисипативный метод) характеризует способ расчета платежей, при котором начисление процента осуществляется в начале каждого интервала.

Последующий метод начисления процента (метод постнумерандо или декурсивный метод) характеризует способ платежей, при котором начисление процента осуществляется в конце каждого интервала.

## Классификация видов процентной ставки, используемой в процессе оценки стоимости денег во времени.

### **По использованию в процессе форм оценки стоимости денег во времени**

- Ставка наращивания
- Ставка дисконтирования (дисконтная ставка)

### **По стабильности уровня используемой процентной ставки в рамках периода начисления**

- Фиксированная процентная ставка
- Плавающая (переменная) процентная ставка

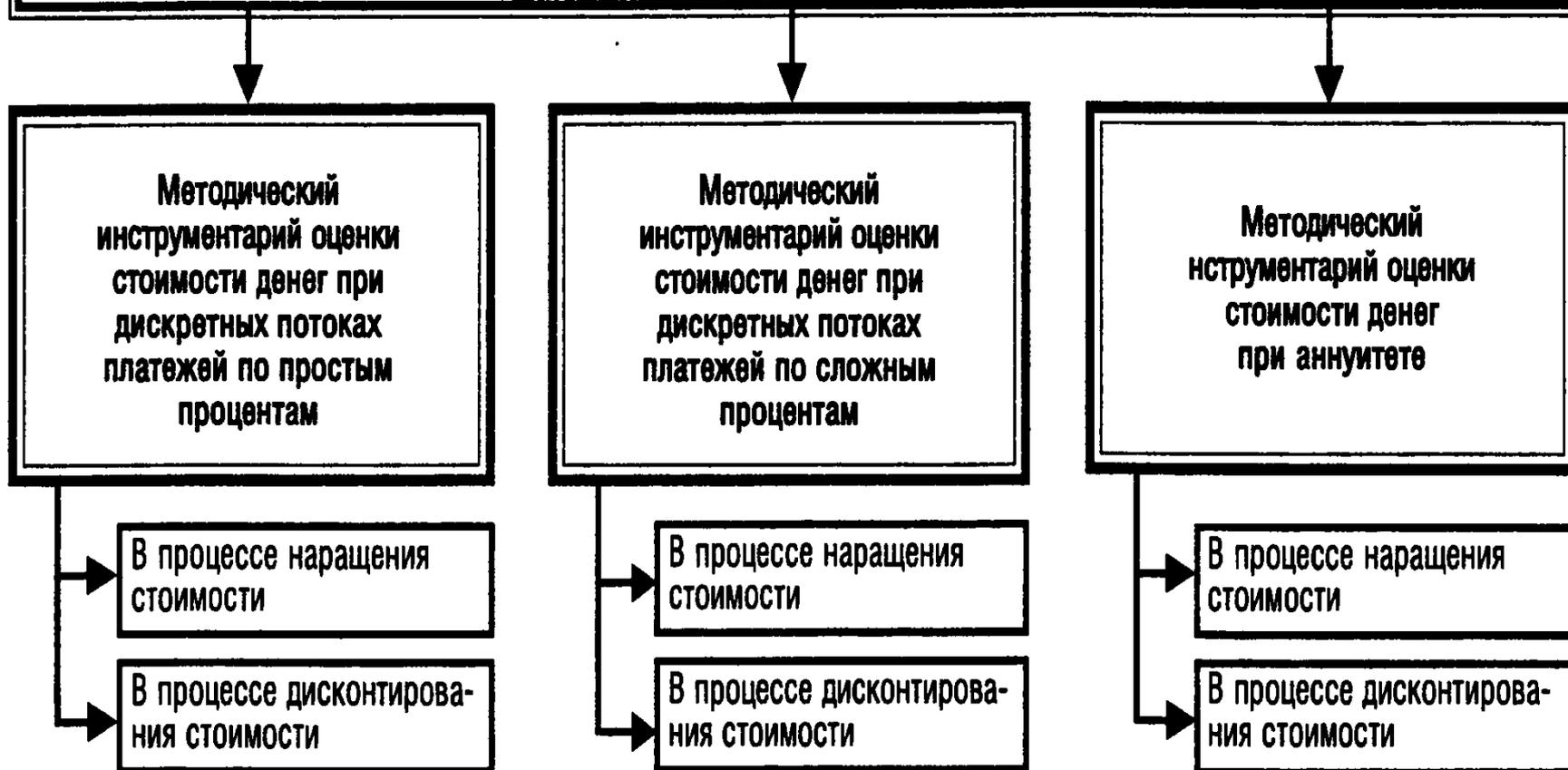
### **По обеспечению начисления определенной годовой суммы процента**

- Периодическая ставка процента
- Эффективная ставка процента (или ставка сравнения)

### **По условиям формирования**

- Базовая процентная ставка
- Договорная процентная ставка

# ДИФФЕРЕНЦИАЦИЯ МЕТОДИЧЕСКИХ ПОДХОДОВ К ОЦЕНКЕ СТОИМОСТИ ДЕНЕГ ВО ВРЕМЕНИ



## 2. Определение будущей стоимости денег в финансовых расчетах

*При расчете суммы простого процента в процессе наращивания стоимости (компаундинга) используется следующая формула:*

$$I = P \times n \times i,$$

где  $I$  — сумма процента за обусловленный период времени в целом;

$P$  — первоначальная сумма (стоимость) денежных средств;

$n$  - количество интервалов, по которым осуществляется расчет процентных платежей, в общем обусловленном периоде времени;

$i$  — используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью.

В этом случае будущая стоимость вклада ( $S$ ) с учетом начисленной суммы процента определяется по формуле:

$$S = P + I = P \times (1 + n \times i).$$

Пример: Необходимо определить сумму простого процента за год при следующих условиях: первоначальная сумма вклада — 1000 усл. ден. ед.; процентная ставка, выплачиваемая ежеквартально — 20%.

*Подставляя эти значения в формулу, получим сумму процента:*

$$I = 1000 \times 4 \times 0,2 = 800 \text{ усл. ден. ед.};$$

будущая стоимость вклада в этом случае составит:

$$S = 1000 + 800 = 1800 \text{ усл. ден. ед.}$$

Множитель  $(1 + ni)$  называется множителем (или коэффициентом) наращивания суммы простых процентов.

II. Методический инструментарий оценки стоимости денег по сложным процентам использует более обширную и более усложненную систему расчетных алгоритмов.

*При расчете будущей суммы вклада (стоимости денежных средств) В процессе его наращивания по сложным процентам используется следующая формула:*

$$S_c = P \times (1+i)^n,$$

где

$S_c$  — будущая стоимость вклада (денежных средств) при его наращивании по сложным процентам;

$P$  — первоначальная сумма вклада;

$i$  — используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью;

$n$  — количество интервалов, по которым осуществляется каждый процентный платеж, в общем обусловленном периоде времени.

Соответственно сумма процента ( $I_c$ ) в этом случае определяется по формуле:

$$I_c = S_c - P$$

**Пример:** Необходимо определить будущую стоимость вклада и сумму сложного процента за весь период инвестирования при следующих условиях: первоначальная стоимость вклада — 1000 усл. ден. ед.; процентная ставка, используемая при расчете суммы сложного процента, установлена в размере 20% в квартал; общий период инвестирования — один год.

Подставляя эти показатели в вышеприведенные формулы, получим:

Будущая стоимость вклада =  $1000 \times (1 + 0,2)^4 = 2074$  усл. ден. ед.

Сумма процента =  $2074 - 1000 = 1074$  усл. ден. ед.

При расчете будущей стоимости аннуитета на условиях предварительных платежей (пренумерандо) используется следующая формула:

$$SA_{pre} = R \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \times (1+i),$$

где

$SA_{pre}$  - будущая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо);

$R$  - член аннуитета, характеризующий размер отдельного платежа;

$i$  - используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью;

$n$  - количество интервалов, по которым осуществляется каждый платеж, в общем обусловленном периоде времени.

Пример: Необходимо рассчитать будущую стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо), при следующих данных:

период платежей по аннуитету предусмотрен в количестве 5 лет;

интервал платежей по аннуитету составляет один год (платежи вносятся в начале года);

сумма каждого отдельного платежа (члена аннуитета) составляет 1000 усл. ден. ед.;

используемая для наращивания стоимости процентная ставка составляет 10% в год (0,1).

Подставляя эти значения в приведенную формулу, получим:

будущая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо), равна:

$$1000 \times \frac{(1+0,1)^5 - 1}{0,1} \times (1 + 0,1) = 6716 \text{ усл. ден. единиц.}$$

При расчете будущей стоимости аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), применяется следующая формула:

$$SA_{post} = R \times \frac{(1+i)^n - 1}{i},$$

$SA_{post}$  - будущая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо);

$R$  - член аннуитета, характеризующий размер отдельного платежа;

$i$  - используемая процентная ставка, выраженная десятичной дробью;

$n$  - количество интервалов, по которым осуществляется каждый платеж, в общем обусловленном периоде времени.

Пример: Необходимо рассчитать будущую стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), по данным, изложенным в предыдущем примере (при условии взноса платежей в конце года).

Подставляя эти данные в приведенную формулу, получим:

будущая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), равна:

$$1000 \times \frac{(1+0,1)^5 - 1}{0,1} = 6105 \text{ усл. ден. единиц.}$$

### 3. Определение настоящей стоимости денег в финансовых расчетах.

При расчете суммы простого процента в процессе дисконтирования стоимости (*т.е. суммы дисконта*) используется следующая формула

$$P = S - D = S \frac{1}{1 + ni},$$

где

$D$  — сумма дисконта (рассчитанная по простым процентам) за обусловленный период времени в целом;

$S$  — стоимость денежных средств;

$n$  — количество интервалов, по которым осуществляется расчет процентных платежей, в общем обусловленном периоде времени;

$i$  — используемая дисконтная ставка, выраженная десятичной дробью.

Пример: Необходимо определить сумму дисконта по простому проценту за год при следующих условиях: конечная сумма Вклада определена в размере 1000 усл. ден. ед.; дисконтная ставка составляет 20% в квартал.

Подставляя эти значения в формулу расчета суммы дисконта, получим:

$$D = 1000 - 1000 \frac{1}{1 + 4 \times 0,2} = 444 \text{ усл. ден. ед.}$$

Соответственно настоящая стоимость вклада, необходимого для получения через год 1000 усл. ден. единиц, должна составить:

$$P = 1000 - 444 = 556 \text{ усл. ден. ед.}$$

Используемый в обеих случаях множитель  $\left( \frac{1}{1 + ni} \right)$  называется дисконтным множителем (коэффициентом) суммы простых процентов, значение которого всегда должно быть меньше единицы.

При расчете настоящей стоимости денежных средств в процессе дисконтирования по сложным процентам используется следующая формула:

$$P_c = \frac{S}{(1+i)^n},$$

где

$P_c$  — первоначальная сумма вклада;

$S$  — будущая стоимость вклада при его наращении, обусловленная условиями инвестирования;

$i$  — используемая дисконтная ставка, выраженная десятичной дробью;

$n$  — количество интервалов, по которым осуществляется каждый процентный платеж, в общем обусловленном периоде времени.

Соответственно сумма дисконта ( $D_c$ ) в этом случае определяется по формуле:

$$D_c = S - P_c,$$

**Пример:** необходимо определить настоящую стоимость денежных средств и сумму дисконта по сложным процентам за год при следующих условиях:

будущая стоимость денежных средств определена в размере 1000 усл. ден. ед.;

используемая для дисконтирования ставка сложного процента составляет 20% в квартал.

Подставляя эти значения в формулы, получим:

$$\text{Настоящая стоимость} = \frac{1000}{(1+0,2)^4} = 482 \text{ усл. ден. ед.}$$

$$\text{Сумма дисконта} = 1000 - 482 = 518 \text{ усл. ден. ед.}$$

При расчете настоящей стоимости аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо), используется следующая формула:

$$PA_{pre} = R \times \frac{(1+i)^{-n}}{i} \times (1+i),$$

где

$PA_{pre}$  — настоящая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо);

$R$  — член аннуитета, характеризующий размер отдельного платежа;

$i$  — используемая процентная (дисконтная) ставка, выраженная десятичной дробью;

$n$  — количество интервалов, по которым осуществляется каждый платеж, в общем обусловленном периоде времени.

**Пример:** Необходимо рассчитать настоящую стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо), при следующих данных: период платежей по аннуитету предусмотрен в количестве 5 лет;

интервал платежей по аннуитету составляет один год (при внесении платежей в начале года); сумма каждого отдельного платежа (члена аннуитета) составляет 1000 усл. ден. ед.;

используемая для дисконтирования стоимости ставка процента (дисконтная ставка) составляет 10% в год (0,1).

Подставляя эти значения в приведенную формулу, получим: настоящая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей (пренумерандо) равна:

$$1000 \times \frac{1 - (1 + 0,1)^{-5}}{0,1} \times (1 + 0,1) = 4169 \text{ усл. ден. единиц.}$$

При расчете настоящей стоимости аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), применяется следующая формула:

$$PA_{post} = R \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i},$$

где

$PA_{post}$  — настоящая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо);

$R$  — член аннуитета, характеризующий размер отдельного платежа;

$i$  — используемая процентная (дисконтная) ставка, выраженная десятичной дробью;

$n$  — количество интервалов, по которым осуществляется каждый платеж, в общем обусловленном периоде времени

**Пример:** Необходимо рассчитать настоящую стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), по данным, изложенным в предыдущем примере (при условии взноса платежей в конце года).

Подставляя эти данные в приведенную формулу, получим: настоящая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей (постнумерандо), равна:

$$1000 \times \frac{1 - (1 + 0,1)^{-5}}{0,1} = 3790 \text{ усл. ден. единиц.}$$

Сопоставление результатов расчета по двум последним примерам показывает, что настоящая стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях предварительных платежей, существенно превышает настоящую стоимость аннуитета, осуществляемого на условиях последующих платежей, т.е. в первом случае в процессе дисконтирования плательщику гарантирована гораздо большая сумма дохода в настоящей стоимости.